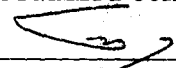


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь

 В.А.Богуш
« 20 » 05 2015 г.
Регистрационный № ТД-6.515/тип.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям),

1-31 03 04 Информатика,

1- 31 03 05 Актуарная математика;
направлений специальностей

1- 31 03 06 - 01 Экономическая кибернетика

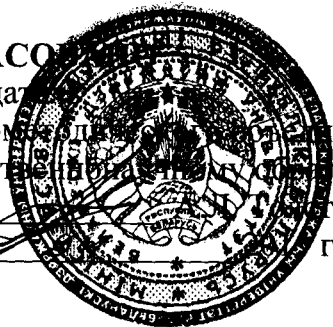
(математические методы и компьютерное моделирование в экономике),

1- 98 01 01- 01 Компьютерная безопасность

(математические методы и программные системы)

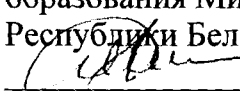
СОГЛАСОВАНО

Председатель
Учебно-методического объединения
по естественнонаучному образованию
« 22 » 05 2015 г.



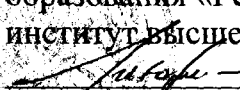
СОГЛАСОВАНО

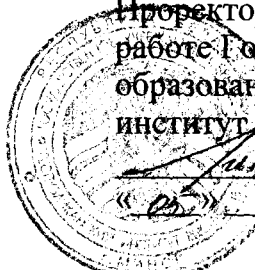
Начальник Управления высшего
образования Министерства образования
Республики Беларусь

 С.И. Романюк
« 20 » 05 2015 г.

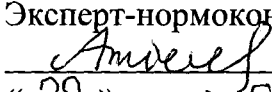
СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

 И.В. Титович
« 05 » 05 2015 г.



Эксперт-нормоконтролер

 А.А. Денисенко
« 29 » 04 2015 г.

Минск
2015

СОСТАВИТЕЛИ:

Л.А.Альсевич, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

С.А. Мазаник, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Н.А.Изобов, заведующий отделом дифференциальных уравнений Института математики Национальной академии наук Беларуси, академик Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 17 апреля 2014г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 15 мая 2014г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 22 апреля 2014г.);

Научно-методическим советом по компьютерной безопасности учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 22 апреля 2014г.).

Ответственный за редакцию:

С.А.Мазаник

Ответственный за выпуск:

Л.А.Альсевич

Пояснительная записка

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения» разработана в соответствии с типовыми учебными планами и образовательными стандартами первой ступени высшего образования по специальностям 1- 31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)»; 1-31 03 04 «Информатика» 1- 31 03 05 «Актuarная математика»; направлений специальностей: 1- 31 03 06 - 01 «Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике)»; 1- 98 01 01- 01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)».

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» основывается на учебных дисциплинах «Геометрия и алгебра» государственного компонента и «Математический анализ» компонента учреждения высшего образования, и, в свою очередь, является базовой для изучения предметов аналитического цикла, предусмотренных учебными планами соответствующих специальностей. Материал, излагаемый в учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения», используется при изучении учебных дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», «Уравнения математической физики» «Уравнения в частных производных», «Численные методы математической физики», «Теоретическая механика», «Математическая экономика», «Математические модели микро и макроэкономики» государственного компонента и учебной дисциплины компонента учреждения высшего образования «Программирование», а также при изучении ряда учебных дисциплин специализации.

Цель преподавания учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики, используемых при изучении перечисленных выше дисциплин.

При изложении материала учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата дифференциальных уравнений при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- научить строить и исследовать решения дифференциальных уравнений;
- научить строить математические модели эволюционных процессов;

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- методы интегрирования линейных стационарных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
- методы интегрирования элементарных дифференциальных уравнений;
- условия существования и единственности решения задачи Коши;
- понятия первого интеграла и базиса первых интегралов;
- основные понятия теории устойчивости;
- схему построения решений линейных однородных и квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка;
- принципы построения дифференциальных моделей;

уметь:

- использовать методы Лагранжа, Коши, Эйлера при построении общего решения и решения задачи Коши линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- интегрировать элементарные дифференциальные уравнения;
- строить базис первых интегралов нелинейных дифференциальных систем;
- исследовать устойчивость и асимптотическую устойчивость решений;
- интегрировать линейные однородные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка;
- строить и исследовать дифференциальные модели эволюционных процессов.

владеть:

- методами интегрирования дифференциальных уравнений и систем;
- методами исследования свойств решений дифференциальных уравнений и систем;
- основными подходами к построению дифференциальных моделей эволюционных процессов.

Типовая учебная программа рассчитана на 208 часов, из них 136 аудиторных часов, примерное распределение которых по видам занятий включает 68 лекционных часов и 68 часов практических занятий.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен, зачеты.

В результате изучения учебной дисциплины специалист должен владеть следующими академическими компетенциями (АК), социально-личностными (СЛК) и профессиональными компетенциями (ПК):

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Уметь работать самостоятельно.

АК-3. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-1. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

ПК-1. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой с целью получения последних сведений о новых методах защиты информации, о стойкости существующих систем защиты информации.

Примерный тематический план

№	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Практические занятия
1	2	3	4	5
1.	Введение.	4	2	2
	Раздел 1. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами			

2.	Однородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами	10	6	4
3.	Фазовая плоскость однородного линейного уравнения второго порядка	4	2	2
4.	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения	12	4	8
5.	Исследование дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	4	2	2
	Раздел II. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами			
6.	Однородные линейные векторные уравнения размерности n (однородные линейные системы)	10	4	6
7.	Неоднородные линейные векторные уравнения размерности n	12	6	6
8.	Фазовая плоскость однородного линейного векторного уравнения размерности 2	4	2	2
9.	Исследование линейных векторных уравнений	6	2	4
	Раздел III. Элементарные дифференциальные уравнения			
10.	Основные типы элементарных уравнений	14	6	8
11.	Уравнения первого порядка в общей форме	8	4	4
1.	Раздел IV. Общая теория дифференциальных уравнений			
11.	Существование и единственность решения задачи Коши	6	4	2
12.	Первые интегралы	6	2	4
13.	Линейные уравнения с переменными коэффициентами	2	2	
14.	Метод функций Ляпунова исследования устойчивости решений нелинейных систем	4	2	2
15.	Колеблемость решений линейных уравнений второго порядка	4	2	2
16.	Автономные системы на плоскости	2	2	
17.	Линейные уравнения Эйлера	8	4	4
18.	Линейные уравнения с голоморфными коэффициентами	6	4	2
19.	Нелинейные векторные уравнения с голоморфными коэффициентами	2	2	
	Раздел V. Уравнения с частными производными первого порядка			
20.	Интегрирование уравнений с частными	8	4	4

	производными			
21.	Всего часов	136	68	68

Содержание учебного материала

1. Введение

Математические модели детерминированных процессов и явлений в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей. Основные понятия и задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Раздел I. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

2. Однородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами

Структура множества решений и фундаментальная система решений (базис) однородного уравнения. Вронскиан. Общее решение. Алгоритм интегрирования однородных уравнений.

3. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения второго порядка

Фазовые графики. Классификация точек покоя. Прямая покоя.

4. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения

Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Функция Коши линейного дифференциального оператора. Метод Коши интегрирования неоднородных уравнений. Уравнения с правой частью в виде квазиполинома. Метод Эйлера интегрирования неоднородных уравнений.

5. Исследование дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

Зависимость решений от начальных данных, устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Критерий Рауса-Гурвица.

Раздел II. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами

6. Однородные линейные векторные уравнения размерности n (однородные линейные системы)

Фундаментальная (базисная) матрица решений. Общее решение. Метод Эйлера разрешения однородных систем. Экспоненциальное представление решений.

7. Неоднородные линейные векторные уравнения размерности n

Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши, метод Коши интегрирования неоднородных систем.

8. Фазовая плоскость однородного линейного векторного уравнения размерности 2

Фазовые графики. Классификация точек покоя.

9. Исследование линейных векторных уравнений

Зависимость решений от начальных данных, устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову.

Раздел III. Элементарные дифференциальные уравнения

10. Основные типы элементарных уравнений

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения, сводящиеся к линейным. Уравнение Риккати.

11. Уравнения первого порядка в общей форме

Задача Коши. Методы интегрирования. Задача об изогональных траекториях. Общие, особые и составные решения. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка уравнения.

Раздел IV. Общая теория дифференциальных уравнений

12. Существование и единственность решения задачи Коши

Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Сравнение решений и продолжимость решений. Зависимость решений от начальных данных и параметров.

13. Первые интегралы

Интегрируемые комбинации. Базис первых интегралов. Системы в симметрической форме.

14. Линейные уравнения с переменными коэффициентами

Задача Коши и её однозначная разрешимость. Фундаментальная система решений. Системы линейных уравнений с периодическими коэффициентами. Приводимость по Ляпунову. Системы Лаппо-Данилевского.

15. Метод функций Ляпунова исследования устойчивости решения нелинейных систем.

Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову. Устойчивость по первому приближению.

16. Колеблемость решений линейных уравнений второго порядка

Каноническая форма однородного уравнения второго порядка. Колеблющиеся и неколеблющиеся решения. Признак неколеблемости решений. Теорема Штурма.

17. Автономные системы на плоскости

Точки покоя и предельные циклы.

18. Линейные уравнения Эйлера

Приводимость уравнения Эйлера к линейному уравнению с постоянными коэффициентами. Представление решения уравнения Эйлера в виде степенного ряда.

19. Линейные уравнения с голоморфными коэффициентами

Формальные ряды и формальные решения. Существование голоморфных решений. Уравнение Бесселя.

20. Нелинейные векторные уравнения с голоморфными коэффициентами

Раздел V. Уравнения с частными производными первого порядка

21. Интегрирование уравнений с частными производными.

Классификация уравнений с частными производными первого порядка: линейные и квазилинейные уравнения. Постановка задачи Коши и схема её решения.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная

1. Альсевич Л.А., Мазаник С.А., Рассолько Г.А., Черенкова Л.П. Дифференциальные уравнения. Практикум. Мн.: Вышэйшая шк., 2012г. – 382с.
2. Богданов Ю.С., Мазаник С.А., Сыроид Ю.Б. Курс дифференциальных уравнений. Мн.: Універсітэцкае, 1996г. – 287с.
3. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 2003г. – 272с.
4. Тихонов А.Н., Васильев А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.:Физматлит, 2002г. – 254с.
5. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980г. – 350с.
6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1992г. – 127с.

Дополнительная

1. Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая школа, 1990г. – 318с.
2. Богданов Ю.С., Сыроид Ю.Б. Дифференциальные уравнения. Мн.: Вышэйшая школа, 1983г. – 239с.
3. Богданов Ю.С. Лекции по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая шк., 1977г. – 240с.
4. Изобов Н.А. Введение в теорию показателей Ляпунова. Мн.: БГУ, 2006г. – 319с.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.:Наука, 1976г. – 576с.
6. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Мн.: 1974г. – 766с.
7. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая шк., 1974г.
8. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. Мн.: Вышэйшая шк., 1973г. – 560с.

9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: М.:Наука, 1982г. – 332с.

Диагностика компетенций студента

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) учебно-методических пособий по основным разделам дисциплины.

Текущий контроль усвоения знаний рекомендуется в виде проверки домашних заданий, контрольных работ, проведения коллоквиумов.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен, зачеты.